

ad motum angularem revolutionis unius, seu graduum 360, ut numerus aliquis  $m$  ad numerum alium  $n$ , & altitudo nominetur  $A$ ;

erit vis ut altitudinis dignitas illa  $A^{\frac{n}{m}-3}$ , cujus index est  $\frac{n}{m}-3$ .

Id quod per exempla secunda manifestum est. Unde liquet vim illam in majore quam triplicata altitudinis ratione, in recessu a centro, decrescere non posse: Corpus tali vi revolvens deque apside discedens, si coeperit descendere nunquam perveniet ad apsidem imam seu altitudinem minimam, sed descendet usque ad centrum, describens curvam illam lineam de qua egimus in corol. 3. prop. xli. Sin coeperit illud, de apside discedens, vel minimum ascendere, ascendet in infinitum, neque unquam perveniet ad apsidem summam. Describet enim curvam illam lineam de qua actum est in eodem corol. & in corol. vi. prop. xlv. Sic & ubi vis, in recessu a centro, decrescit in majore quam triplicata ratione altitudinis, corpus de apside discedens, perinde ut coeperit descendere vel ascendere, vel descendet ad centrum usque vel ascendet in infinitum. At si vis, in recessu a centro, vel decrescat in minore quam triplicata ratione altitudinis, vel crescat in altitudinis ratione quacunque, corpus nunquam descendet ad centrum usque, sed ad apsidem imam aliquando perveniet: & contra, si corpus de apside ad apsidem alternis vicibus descendens & ascendens nunquam appellat ad centrum; vis in recessu a centro aut augebitur, aut in minore quam triplicata altitudinis ratione decrescet: & quo citius corpus de apside ad apsidem redierit, eo longius ratio virium recedet a ratione illa triplicata. Ut si corpus revolutionibus 8 vel 4 vel 2 vel  $1\frac{1}{2}$  de apside summa ad apsidem summam alterno descensu & ascensu redierit; hoc est, si fuerit  $m$  ad  $n$  ut 8 vel 4 vel 2 vel  $1\frac{1}{2}$  ad 1, ideoque  $\frac{n}{m}-3$  valeat  $\frac{1}{8}-3$  vel  $\frac{1}{4}-3$  vel  $\frac{1}{2}-3$  vel  $\frac{3}{4}-3$ ; erit vis ut  $A^{\frac{1}{8}-3}$  vel  $A^{\frac{1}{4}-3}$  vel  $A^{\frac{1}{2}-3}$  vel  $A^{\frac{3}{4}-3}$ , id est, reciproce ut  $A^{3-\frac{1}{8}}$  vel  $A^{3-\frac{1}{4}}$  vel  $A^{3-\frac{1}{2}}$  vel  $A^{3-\frac{3}{4}}$ . Si corpus singulis revolutionibus redierit ad apsidem eandem immotam; erit  $m$  ad  $n$  ut 1 ad 1, ideoque  $A^{\frac{n}{m}-3}$  æqualis  $A^{-2}$  seu  $\frac{1}{AA}$ ; & propterea decrementum virium in ratione duplicata altitudinis, ut in præcedentibus demonstratum est. Si corpus partibus revolutionis unius vel

vel tribus quartis, vel duabus tertiis, vel una tertia, vel una quarta, ad apsidem eandem redierit; erit  $m$  ad  $n$  ut  $\frac{1}{4}$  vel  $\frac{2}{3}$  vel  $\frac{1}{2}$  vel  $\frac{1}{3}$  ad 1, ideoque  $A^{\frac{n}{m}-3}$  æqualis  $A^{\frac{3}{4}-3}$  vel  $A^{\frac{1}{3}-3}$  vel  $A^{\frac{1}{2}-3}$  vel  $A^{\frac{2}{3}-3}$ ;

& propterea vis aut reciproce ut  $A^{\frac{1}{4}}$  vel  $A^{\frac{2}{3}}$ , aut directe ut  $A^{\frac{3}{4}}$  vel  $A^{\frac{1}{3}}$ . Denique si corpus pergendo ab apside summa ad apsidem summam confecerit revolutionem integram, & præterea gradus tres, ideoque apsis illa singulis corporis revolutionibus confecerit in consequentia gradus tres; erit  $m$  ad  $n$  ut 363 gr. ad 360 gr. sive ut 121 ad 120,

ideoque  $A^{\frac{n}{m}-3}$  erit æquale  $A^{-\frac{2}{121}+\frac{3}{120}}$ ; & propterea vis centripeta reciproce ut  $A^{\frac{2}{121}+\frac{3}{120}}$  seu reciproce ut  $A^{2+\frac{4}{121}}$  proxime. Decrescit igitur vis centripeta in ratione paulo majore quam duplicata, sed quæ vicibus 59 $\frac{1}{2}$  propius ad duplicatam quam ad triplicatam accedit.

Corol. 2. Hinc etiam si corpus, vi centripeta quæ sit reciproce ut quadratum altitudinis, revolvatur in ellipsi umbilicum habente in centro virium, & huic vi centripetæ addatur vel auferatur vis alia quavis extranea; cognosci potest (per exempla tertia) motus apsidum qui ex vi illa extranea orietur: & contra. Ut si vis quæ corpus revolvitur in ellipsi sit ut  $\frac{1}{AA}$ , & vis extranea ablata ut  $cA$ ,

ideoque vis reliqua ut  $\frac{A-cA^4}{A^4}$ ; erit (in exemplis tertiis)  $b$  æqualis 1,  $m$  æqualis 1, &  $n$  æqualis 4, ideoque angulus revolutionis inter apsidem æqualis angulo graduum  $180 \sqrt{\frac{1-c}{1-4c}}$ . Ponamus vim illam extraneam esse 357.45 partibus minorem quam vis altera quæ corpus revolvitur in ellipsi, id est  $c$  esse  $\frac{1}{357.45}$ , existente  $A$  vel  $T$  æquali 1, &  $180 \sqrt{\frac{1-c}{1-4c}}$  evadet  $180 \sqrt{\frac{1-\frac{1}{357.45}}{1-\frac{4}{357.45}}}$ , seu 180.7623, id est,

180 gr. 45 m. 44 f. Igitur corpus de apside summa discedens, motu angulari 180 gr. 45 m. 44 f. perveniet ad apsidem imam, & hoc motu duplicato ad apsidem summam redibit: ideoque apsis summa singulis revolutionibus progrediendo conficiet 1 gr. 31 m. 28 sec. Apsis lunæ est duplo velocior circiter.

Hactenus de motu corporum in orbibus quorum plana per centrum virium transeunt. Superest ut motus etiam determinemus in planis.